

Samardaković, M. (1999): Određivanje pokazatelja deformabilnosti tla za analizu interakcije sa plitkim temeljima (II) - Modul reakcije tla, Zbornik radova XXI kongresa JUDIMK (Beograd, 18-19.11.1999), JUDIMK, Beograd, str.205-210.

ODREĐIVANJE POKAZATELJA DEFORMABILNOSTI TLA ZA ANALIZU INTERAKCIJE SA PLITKIM TEMELJIMA (II): MODUL REAKCIJE TLA

Miroљub Samardaković

Dipl.inž.građ., Građevinsko-arhitektonski fakultet Univerziteta u Nišu, 18000 Niš, Beogradska 14

Rezime: Za potrebe analize interakcije tla i plitkih temelja konačne krutosti, u radu je predložen postupak za određivanje vertikalnog Winkler-ovog statičkog *modula reakcije* (k_s) temelja, na osnovu poznatog modula reakcije (k_{sp}) krute probne ploče ivice 0,30 m u *homogenom* temeljnom tlu – određenog opitom ili preko ekvivalentnih elastičnih konstanti tla – i teorijsko-empirijskih odnosa sleganja različitih temelja. Za odabrani raster stubova (ili zidova) na temeljnoj ploči (ili za odabrani raster i debljinu ploče) u krupnozrnom ili sitnozrnom tlu, modul reakcije tla i *racionalna debljina* ploče dobijaju se neposredno iz dijagrama kreiranih u okviru geomehantičkog programskog sistema *GeoData2*. U *slojevitom* tlu, za prethodno sračunato sleganje temelja odrede se konstante ekvivalentnog elastičnog kontinuuma i njima odgovarajuća vrednost k_{sp} za koju se konstruiše dijagram k_s .

Ključne reči: *Plitki temelji, interakcija, elastične konstante, sleganje, modul reakcije.*

Summary: For soil-foundations interaction analysis, the procedure for *modulus of subgrade reaction* (k_s) beneath shallow foundations determination by plate-bearing test modulus (k_{sp}) in a *homogeneous* soil – by either test or equivalent elastic soil parameters determined – as well as theoretical-empirical relations for settlements of different foundations has been proposed. For the distance between loads upon a mat foundation (or column distance and plate thickness) on either coarse-grained or fine-grained soil, modulus of subgrade reaction and plate *rational thickness* can be determined directly from diagrams have by original knowledge-based system *GeoData2* for geomechanical calculations been created. In a *stratified* soil, the settlement of the given foundation results in getting equivalent elastic continuum constants, corresponding k_{sp} value and k_s diagram.

Key words: *Shallow foundations, interaction, elastic constants, modulus of subgrade reaction.*

UVOD

Kao što je poznato, kompletna analiza interakcije podrazumeva određivanje napona i deformacija u telima koja su u kontaktu, uzimajući u obzir raspodelu pomeranja i pritisaka duž kontakta.

Od više grupa brojnih uticaja na interakciju horizontalnog temelja konačne krutosti i temeljnog tla, navedenih u prvom delu ovoga rada [1], dominantan značaj imaju *deformabilnost tla* i *krutost temelja* – koji su međusobno zavisni, u čemu je teškoća njihovog određivanja i gde se kriju rešenja za racionalnije dimenzionisanje temelja. Ona su u dugom periodu predmet mnoštva teorijsko-empirijskih istraživanja i analiza, kao i ovoga rada, sa ciljem da se u domaćoj praksi eventualno olakša racionalnije (ili bar savremenim saznanjima i mogućnostima saglasnije) dimenzionisanje temelja konačne krutosti.

U pogledu izbora računskog modela interakcije postoje određena iskustva i preporuke, ali skoro isključivo za granične slučajeve: za idealno krut ili idealno savitljiv temelj i za krupnozrno ($c=0$)^a ili nedrenirano sitnozrno ($\varphi=0$) tlo. Za temelje konačne krutosti i mešovito (c, φ) tlo ima malo saznanja i preporuka, tako da i pored brojnih eksperimentalnih merenja još nema pouzdanog rešenja za računsko određivanje raspodele kontaktnog pritiska.

U konvencionalnoj građevinskoj praksi, temelji konačne krutosti (ploče i grede) dimenzionišu se na osnovu interakcije sa tlom, procenjene uz aproksimaciju da je tlo u području radnih napona *linearно elastično*, sa dve ekvivalentne elastične konstante [1], ili *Winkler-ov medijum*, sa jednim pokazateljem deformabilnosti – modulom reakcije (k_s). Pretpostavke, međusobne prednosti i nedostaci ovih modela su opštepoznati.

Prema više autoritativnih izvora, navedenih u [2], primena starijeg i manje realnog Winkler-ovog modela tla je, generalno, opravdanija za savitljivije temelje, krupnozrnija i heterogenija tla.

Winkler-ov model tla, kao sistem nezavisnih vertikalnih opruga, predložio je Euler (1783), koristio njegov saradnik Füss (1801), obradio ga Winkler (1867)^b, široko primenio Zimmermann (1888) a za grede i ploče na ovakvoj podlozi Hayashi (1921), Hetenyi (1946) i zatim mnogi drugi. Prema definiciji, *modul reakcije* (k_s) ovakvog tla u posmatranoj tački kontakta sa temeljem je

$$k_s = p/s \quad (1)$$

gde su kontaktni pritisak (p) i sleganje (s), jednako za temelj i tlo u datoj tački, nepoznati i, uz najopštiju sistematizaciju mnogobrojnih fizičkih, mehaničkih i geometrijskih uticaja [1], zavise pre svega od stepena krutosti temelja sa objektom i deformabilnosti tla ispod njega. Jedini siguran način za proveru veličine k_s u datoj tački kontaktne površine temelj-tlo je preko izmerenih p i s u okolini iste tačke *in situ*.

Zbog toga se, za proračun presečnih sila i dimenzionisanje armature temelja konačne krutosti, veličina modula reakcije datog tla za dati temelj (ili delove temelja) određuje približno i indirektno: (a) na osnovu terenskih opita probnom pločom na homogenom temeljnom tlu, (b) upoređenjem računskih rešenja za sleganje datog temelja na elastičnom kontinuumu i Winkler-ovom medijumu ili (c) na osnovu pokazatelja deformabilnosti tla određenih standardnim laboratorijskim opitima (što se svodi na prethodni postupak).

Iz rešenja za proračun statičkih uticaja u temeljnoj gredi ili ploči na Winkler-ovoj podlozi vidi se da oni zavise od vrednosti trigonometrijskih i hiperboličnih funkcija četvrtog korena modula (k_s). To umanjuje uticaj ovog modula na rezultate ali, iz iskustva autora, u praksi još uvek ima (po vrednosti ili principijelno) drastično pogrešnih izbora njegove veličine i, u postojećim uslovima nepotrebno, grubo uprošćenih i neekonomičnih rezultata.

U tom smislu, u okviru geomehaničkih programskih sistema *GeoData1* (za određivanje i prikaz pokazatelja svojstava tla) i *GeoData2* (za geomehaničke proračune ponašanja tla plitkih temelja i šipova, u kosinama, uz potporne konstrukcije) autora [4], na osnovu dostupnih teorijsko-empirijskih rezultata i prethodnih radova [2,3] razrađeni su za praksu pogodni postupci za određivanje modula reakcije temeljnog tla – čije se osnove i primeri sa rezultatima ovde prikazuju.

Svaki od modela, elastični kontinuum ili Winkler-ova podloga, mora da reprezentuje temeljno tlo do *dubine efektivnog dejstva* temelja, najčešće kroz slojeve različitog sastava, stanja i svojstava. Zbog toga se, posle teorijsko-empirijskih relacija za određivanje statičkog modula reakcije *homogenog* tla ispod temelja konačne krutosti (na osnovu modula određenog

^a Prema JUS U.B0.100 (1998), *Geomehanička ispitivanja - Termini, definicije, oznake i jedinice*, usaglašenim sa odgovarajućim dokumentom ISSMGE i AC sistemom, pošto je kohezija tla (i za glinu) računska veličina u datim uslovima a ne fizičko svojstvo, tlo je krupnozrno ili sitnozrno (ne nekoherentno ili koherentno).

^b Winkler, E.: *Die Lehre von der Elasticität und Festigkeit*, Verlag H. Dominicus, Prag, 1867.

probnom pločom), prikazuje i postupak njegovog određivanja za elastičan poluprostor ekvivalentan datom *slojevitom* tlu – na osnovu čega se dobijaju *dijagrami* za određivanje modula reakcije tla ispod temeljne ploče (grede) proizvoljne debljine i proizvoljnog rastera stubova (zidova) na njoj, kao i za određivanje njene *racionalne* debljine u ovom pogledu.

MODUL REAKCIJE HOMOGENOG TLA

Krutom pločom kvadratne osnove ivice $B_p = 0,30$ m svojevremeno je izvršeno mnoštvo terenskih opita opterećenja (uslovi izvođenja u [2]) do konsolidacije tla različitog sastava i stanja i za jednakopodeljene pritiske (p) i izmerena sleganja ploče (s_p) dobijene su vrednosti

$$k_{sp} = p/s_p \quad (2)$$

sistematizovane i prikazane u često navodenoj *Tabeli 1* ili *Tabeli 2*, [2] prema [5].

Tabela 1. Veličine k_{sp} [MN/m^3] prema Terzaghi-ju^c

<i>Pesak</i>		<i>Rastresit</i>	<i>Srednje zbijen</i>	<i>Zbijen</i>
Suv ili vlažan	Opseg	6-19	19-94	94-312
	Predloženo	13	41	156
Potopljen	Predloženo	8	25	97
<i>Prekonsolidovana glina</i>		<i>Krutoplastična</i>	<i>Polučvrsta</i>	<i>Čvrsta</i>
	Opseg	16-31	31-62	> 62
	Predloženo	23	47	94
<i>Konsolidovana glina</i>	Tipične vrednosti su od $1,56 \text{ MN}/\text{m}^3$ za vrlo meku do $7,8 \text{ MN}/\text{m}^3$ za krutoplastičnu glinu. Pošto njene deformacije bitno zavise od vremena dejstva opterećenja, ono se mora uzeti u obzir pri izboru vrednosti k_{sp} .			

Tabela 2. Veličine k_{sp} [MN/m^3] prema Miner, Seastone^d

Šljunak; mešavina šljunak-pesak; bez ili sa malo veziva, dobro graduiran	135-190
Šljunak; mešavina šljunak-pesak; bez ili sa malo veziva, slabo graduiran	80-135
Mešavina šljunak-pesak-glina, dobro graduirana	110-190
Šljunak vrlo prašinovit ili glinovit; mešavina šljunak-pesak-glina, slabo graduirana	70-135
Šljunkoviti pesak ili pesak bez ili sa malo veziva; mešavina pesak-glina; dobrograduirani	70-155
Pesak bez ili sa malo veziva, slabo graduiran	55-90
Pesak vrlo prašinovit ili glinovit; mešavina pesak-glina, slabo graduirana	50-90
Prašina i vrlo sitan pesak; kameno brašno; prašinovit i glinovit sitan pesak niskoplastičan	40-80
Glina niske do srednje plastičnosti; peskovita ili prašinovita posna glina	30-60
Glina (neorganska) visoke plastičnosti; masna glina	10-40
Muljevito ili dijatomatsko sitno-peskovito i prašinovito tlo; elastična prašina	10-50
Organska prašina i organska glina niske plastičnosti	25-50
Organska glina srednje do visoke plastičnosti	10-30

U koliko su za odgovarajući priraštaj radnih napona u tlu poznate ekvivalentne elastične konstante (E, ν), unošenjem u (2) rešenja za sleganje metodom integracije pomeranja

$$s_p = \frac{1-\nu^2}{E} p B_p I_{sp} \quad \text{gde je za krutu kvadratnu ploču, prema [9,10] ili [11], } I_{sp} = 0,92 \quad (3)$$

dobija se za probnu ploču ivice $B_p = 0,30$ m

$$k_{sp} = 3,623 E / (1-\nu^2) \quad [\text{MN}, \text{m}] \quad (4)$$

Na osnovu istraženih odnosa sleganja probne ploče i krutog pravougaonog temelja dimenzija B/L ($B \leq L$), za jednak pritisak (p) na istoj dubini (D), preko (1) i (2) dobija se za

$$\text{krupnozrno tlo} \quad k_s/k_{sp} = s_p/s = [(B+B_p)/2B]^2 (1+2D/B), \quad \text{za } D/B > 0,5 \quad D/B = 0,5 \quad (5)$$

$$\text{sitnozrno tlo} \quad k_s/k_{sp} = s_p/s = [B_p/B](2+B/L)/3 \quad (6)$$

^c Terzaghi, K.: Evaluation of coefficients of subgrade reaction, *Geotechnique*, 4, London, 1955, 297-326.

^d Miner D.F., Seastone, J.B. (editors): *Handbook of engineering materials*, Wiley, New York, 1955.

Prema Scott-u [6], koji kritički analizira radove drugih autora, posebno Meyerhof-a^e, izraze u uglastim zgradama teorijski je postavio Kögler^f a empirijski ih potvrdio Terzaghi^c, uz koeficijent oblika stope u (6), koga Smith i Pole [7] za krupnozrno tlo svode na jedinicu. Koeficijent dubine u (5) uvodi se samo za krupnozrno tlo a razvili su ga Teng^g i drugi autori.

Za određivanje k_s za dati temelj konačne krutosti, širina temelja prema (5) ili (6) treba da bude predstavljena *širinom efektivnog dejstva* (B') opterećenja tj. širinom dela ploče sa jednoznačnim ugibom zbog stuba ili zida na ploči ili širinom grede. Ona zavisi od karakteristika betona (E, ν) i debljine (h) temelja i od deformabilnosti tla, iskazanom traženom veličinom k_s – zbog čega je za njihovo određivanje ranije predložen iterativni postupak sukcesivne aproksimacije, počev od $B' = 15h$ [2,3, prema 6].

Rezultate analiza nosača na elastičnoj i Winkler-ovoj podlozi, sa relacijama B' , h i k_s za ploče i grede, autorativno se diskutuju u [6] prema Vesiću^h i u [5].

Prema Westwrgaard-uⁱ [5], ugibi i momenti savijanja u neograničenoj tankoj ploči su funkcija *radijusa krutosti* ($r_0=1/\lambda$) i na odstojanju od lokalizovanog opterećenja na ploči većem od $2,5r_0$ njeno savijanje je zanemarljivo. Otuda, uz analize i napomene Terzaghi-ja^c i drugih [2], *širina efektivnog dejstva* (B') na tlo stuba preko tanke ploče (debljine h) može se usvojiti kao širina ekvivalentne kvadratne površine

$$B' = 5r_0 = 5^4 \sqrt[4]{\frac{E}{1-\nu^2} \frac{h^3}{12k_s}} \quad \text{odakle} \quad (7)$$

$$B' = 32,568^4 \sqrt[4]{h^3/k_s} \quad \text{ili} \quad k_s = 1,125 \cdot 10^6 h^3/B'^4 \quad [\text{MN, m}] \quad (\text{za beton } E = 21000 \text{ MPa, } \nu = 1/6) \quad (7')$$

koju bi, pri određivanju k_s za neograničenu ploču sa jednim stubom, trebalo uneti u (5) ili (6) umesto B .

Ako bi (manja za pravougaoni raster) odstojanja (B) stubova na ploči bila jednaka širini efektivnog dejstva (B'), susedne površine efektivnog dejstva bi se dodirivale – što se na datom tlu može ostvariti izborom odgovarajuće debljine ploče, koju, u ovom pogledu, možemo nazvati *racionalnom debljinom* (h_r), zavisnom od B' i k_s preko (7) ili (7'). Za $h > h_r$ susedne površine efektivnog dejstva bi se preklapale ($B < B'$) pa u (5) i (6) treba uneti odstojanje (B) stubova, odnosno fizičku širinu nosača (grede).

Prema ACI(1966)^j [8], ploča se može smatrati krutom a raspodela kontaktnog pritiska linearnom ako je gustina stubova ujednačena, opterećenja od susednih stubova nisu veća za više od 20 % i ako je odstojanje stubova

$$B < 1,75r_0 \quad (8)$$

pa iz izjednačenja (7) i (8) sledi da se takva ploča može smatrati krutom ako ima debljinu

$$h_k > (5/1,75)^{4/3} h_r = 4,054h_r \quad (9)$$

Da bi se izbegla iteracija u traženju dve međuzavisne veličine, u okviru sistema *GeoData2* omogućena je izrada dijagrama za direktno određivanje modula reakcije (k_s) *homogenog* tla za temeljnu ploču date debljine (h) i poznati modul (k_{sp}) za kvadratnu ploču ivice $B_p = 0,30$ m – za temelj na datoj dubini (D) u *krupnozrnom* tlu na osnovu (5) i (7') i za temelj datog oblika (B/L) u *sitnozrnom* tlu na osnovu (6) i (7').

Primeri dijagrama za poznato k_{sp} i ploču na dubini D u krupnozrnom tlu, kao i za poznato k_{sp} i ploču oblika B/L u sitnozrnom tlu, prikazani su na *Sl.1*.

^e Meyerhof, G.G.: Shallow foundations, Proc. ASCE, *Journal SMFD*, SM2, 1965, 21-31.

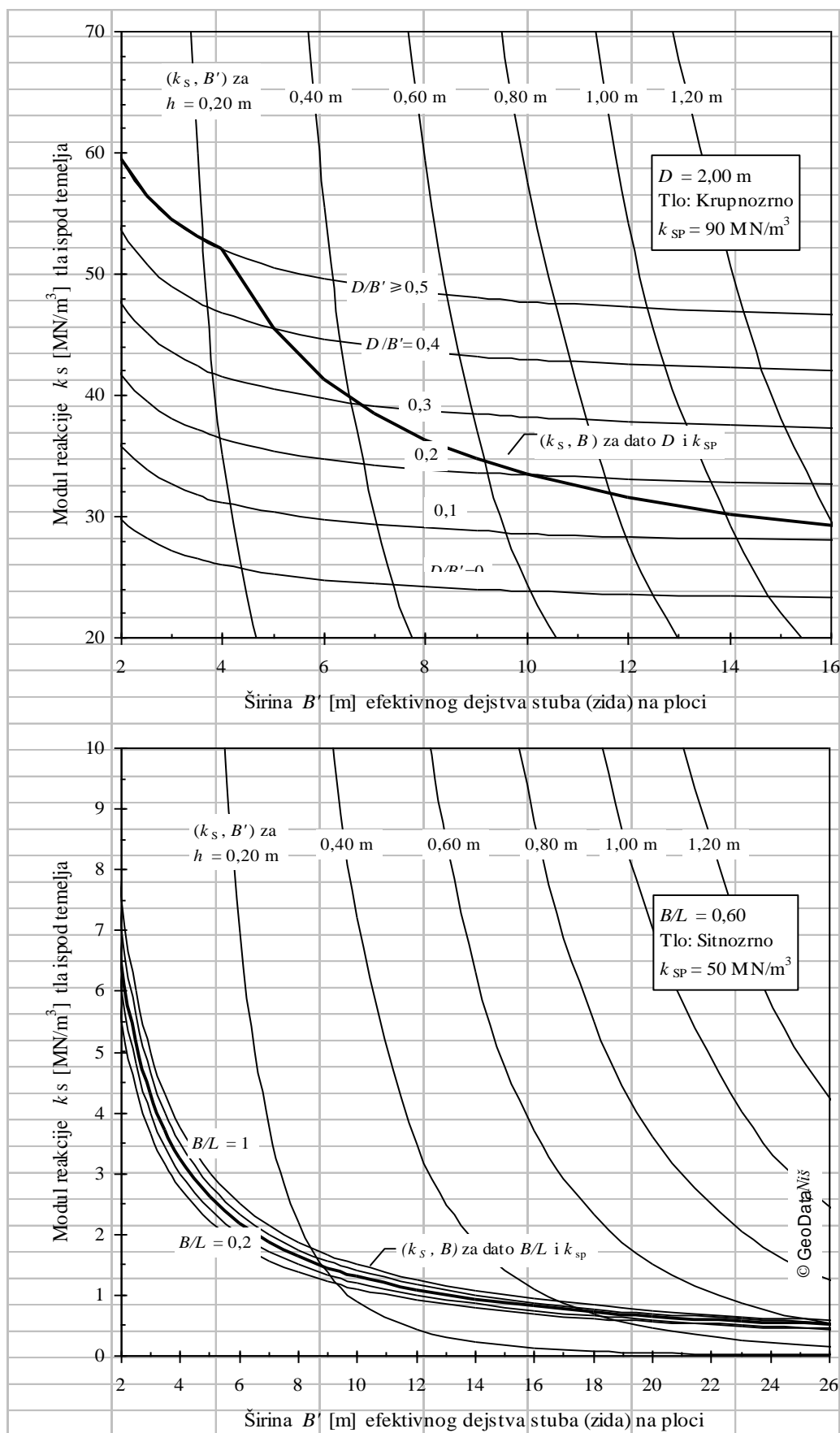
^f Kögler, F.: Discussion of soil mechanics research, *Trans. ASCE*, 98, 1933, 299-301.

^g Teng, W.C.: *Foundation design*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1962.

^h Vesić, A.S.: Slabs on elastic subgrade and Winkler's hypothesis, *Proc. 8th ICSMFE*, Moscow, 1973.

ⁱ Westergaard, H.M.: Stresses in concrete runways of airports, *Proc. Highw. Res. Board*, 19, 1939, 197-202.

^j American Concrete Institute Committee 436 Report: Suggested design procedures for combined footings and mats, *ACI Journal*, Oct., 1966.



Sl.1. Primer dijagrama za određivanje modula reakcije (k_s) i racionalne debljine (h_r) temeljne ploče na osnovu modula reakcije (k_{sp}) za krutu kvadratnu ploču ivice 0,30 m u **krupnozrnom** tlu (gore) i **sitnozrnom** tlu (dole)

Za usvojeno odstojanje ($B = B'$) stubova (ili paralelnih zidova) na ploči, kao apscisu, sa najdeblje linije dijagrama očitavaju se modul reakcije (k_s) i racionalna debljina ploče ($h_r=h$) interpolacijom između linija za različito h . Prema (9), ploča bi bila kruta za $h = 4,054h_r$.

Za unapred usvojenu debljinu (h) ploče i odstojanje (B) stubova, za presek (po potrebi interpolovane) krive za dato h i najdeblje linije očita se efektivna širina (B') i modul reakcije (k_s), koji ostaje merodavan ako je $B \geq B'$. Ako je $B < B'$, merodavan je modul reakcije (k_s) koji se sa najdeblje linije očitava za fizičko odstojanje (B) stubova.

Dijagrami su pogodni za praktičnu primenu i omogućavaju uvid u efekte pojedinih uticaja prema navedenim rešenjima, dobijenim uz navedene i druge pretpostavke i uprošćenja. Kako se može videti, moduli reakcije temelja konačne krutosti su od modula određenih probnom pločom bitno manji za krupnozrno a višestruko manji za sitnozrno tlo.

MODUL REAKCIJE SLOJEVITOG TLA

Za heterogeno tlo, slojevito do dubine efektivnog dejstva temelja, može se primeniti postupak određivanja elastičnih konstanti (E, ν) ekvivalentnog elastičnog poluprostora izjednačenjem sleganja temelja (ili dela u procenjenom području efektivnog dejstva stuba) sračunatog konvencionalnom metodom integracije deformacija (napona) u dubini i rešenja za sleganje metodom integracije pomeranja, kako je opisano u prvom delu ovoga rada [1]. Za takve elastične konstante iz (4) se može odrediti odgovarajući modul (k_{sp}) probne ploče i za njega dobiti dijagrami za određivanje modula reakcije (k_s) temelja, kao u primeru (*Sl.1*). Drugi način, jednostavniji a za praksu dovoljno pouzdan, može biti određivanje dve vrednosti k_s preko oba dijagrama kao na *Sl.1* i interpolacija između ovih vrednosti proporcionalno učešću krupnozrnih i sitnozrnih slojeva u sračunatom sleganju temelja.

REFERENCE

- [1] Samardaković, M.: Određivanje pokazatelja deformabilnosti tla za analizu interakcije sa plitkim temeljima (I) – Ekvivalentne elastične konstante tla, *Saopštenja XXI kongresa JUDIMK* (Beograd, 18-19. novembar 1999), JUDIMK, Beograd, 1999.
- [2] Samardaković, M.: Modeli tla u analizi interakcije i određivanje Winkler-ovog modula reakcije tla, *Zbornik radova Građevinskog fakulteta*, 8, GF Univerziteta u Nišu, Niš, 1987, 53-65.
- [3] Samardaković, M.: Racionalna debljina temeljne ploče i statički modul reakcije tla – međusobna zavisnost i dijagrami za njihovo određivanje, *Zbornik radova Građevinskog fakulteta*, 12, GF Univerziteta u Nišu, Niš, 1991, 257-269.
- [4] Samardaković, M.: Geomehantički programski sistemi *GeoData1* i *GeoData2*, *Zbornik radova*, Međunarodni naučni skup "Pravci razvoja geotehnike" (Beograd, 18-19. novembar 1996), Rudarsko-geološki fakultet i Sava centar, Beograd, 1996, 395-404.
- [5] Selvadurai, A.P.S.: *Elastic analysis of soil-foundation interaction*, Elsevier, Amsterdam, 1979, 13-42, 407-437.
- [6] Scott, R.F.: *Foundation analysis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1981, 159-162, 223-261.
- [7] Smith, G.N., Pole, E.L.: *Elements of foundation design*, Granada, London, 1980, 112.
- [8] Teng, W.C.: Mat foundations, poglavlje 17 u *Foundation engineering handbook* (Winterkorn, H.F., Fang, H.-Y., editors), Van Nostrand Reinhold, New York, 1975, 530.
- [9] Whitmann, R.V., Richart, F.E.: Design procedures for dynamically loaded foundations, *Journal SMFD*, ASCE, SM6, 1967, 169-193.
- [10] Poulos, H.G., Davis, E.H.: *Elastic solutions for soil and rock mechanics*, John Wiley and Sons, New York, 1974, 168.
- [11] Горбунов-Посадов, М.И. и др.: *Расчет конструкций на упругом основании*, Стройиздат, Москва, 1984, 397.