

Samardaković, M. (2005): Stabilnost potpornog zida – analiza opštim metodom granične ravnoteže, *Zbornik radova naučno-stručnog savetovanja „Geotehnički aspekti građevinarstva“*, SGIT SCG i DMTG SCG, Kopaonik, str. 229-234.

STABILNOST POTPORNOG ZIDA: ANALIZA OPŠTIM METODOM GRANIČNE RAVNOTEŽE

Miroljub Samardaković*

**Građevinsko-arhitektonski fakultet Univerziteta u Nišu, A. Medvedeva 14, Niš,
msam@EUnet.yu*

REZIME: Stabilnost potpornih zidova uobičajeno se ocenjuje na osnovu veličina tri faktora sigurnosti (u pogledu kliženja i preturanja zida i loma temeljnog tla) u čije se proračune pojedini uticaji često unose formalistički logično ali pogrešno. Zbog neizgrađenog jedinstvenog pristupa stabilnosti, o tome se vode polemike i u stranoj periodici. U radu su primenom Opšteg rešenja metodom granične ravnoteže dobijeni izrazi za navedene faktore sigurnosti i nalazi koji bi mogli da otklone dileme u praksi i literaturi. Analizirana je i prikazana orijentaciona dubina temeljenja, potrebna za mobilizovanje pasivnog otpora tla ispred zida.

KLJUČNE REČI: Potporni zidovi, faktori sigurnosti, opšti metod granične ravnoteže.

RETAINING WALL STABILITY: GENERAL LIMIT EQUILIBRIUM METHOD ANALYSIS

ABSTRACT: Retaining wall stability is usually evaluated on the basis of values of three safety factors (in terms of sliding and overturning the wall and the foundation soil failure). The calculation of these factors often suffers from the input of certain influences accomplished in the formally logical but nonetheless incorrect way. Due to the fact that there is no uniform approach to the stability issue, there has been a lot of discussion in the foreign periodicals. The paper contains the General solution through the General Limit Equilibrium Method, from which the expressions for the abovementioned safety factors and findings have resulted – they should eliminate the dilemmas and in practice and literature.

KEYWORDS: Retaining walls, safety factors, general limit equilibrium method.

UVOD

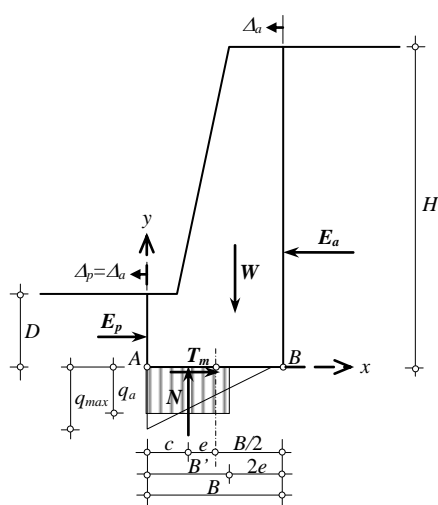
Kako je poznato, konvencionalna dvodimenzionalna analiza stabilnosti gravitacionog potpornog zida svodi se na proračune pritisaka tla iza zida i eventualno otpora tla ispred zida i određivanje više međusobno nezavisnih *faktora sigurnosti* koje upoređujemo sa vrednostima zadatim tehničkom regulativom a procenjenim pre svega empirijski za osnovne grupe tla i pojedine uticaje. U praksi su to i dalje uobičajeni faktori sigurnosti u pogledu kliženja zida, preturanja zida i nosivosti (loma) temeljnog tla i, nešto ređe, u pogledu sleganja (naginjanja) zida, hidrauličkog loma temeljnog tla (peska) i kliženja terena sa zidom.

Za zid date geometrije u datom terenu, pritisci i otpori tla zavise od pomeranja i deformacija zida i deformacija tla čije uvećavanje dovodi do graničnog stanja napona (loma) u zonama tla koje se, kao i

pritisci na zid, i za nelinearne modele tla dovoljno dobro mogu proceniti savremenim računskim metodama (FEM i dr.), čime je znatno sužena potreba određivanja pojedinačnih faktora sigurnosti.

Za krut gravitacioni zid, u praksi se i dalje primenjuju klasična rešenja za određivanje graničnih vrednosti pritiska i otpora tla dobijena kinematičkim (Coulomb) i statičkim pristupom (Rankine) za krutoplastičan model tla, bez deformacija tla do loma, uz očekivanje da će aktivno ili pasivno granično stanje napona nastati pri odgovarajućem dovoljno velikom pomeranju zida, translacijom (Coulomb) ili rotacijom oko najniže tačke zida (Rankine).

Ako su na takav ili savremeniji način određeni granični pritisci i otpor tla oko zida i ako oni jednovremeno deluju na zid, za najjednostavniji slučaj na Sl.1 mogu se uobičajeni faktori sigurnosti u pogledu *kliženja* (F_{skl}) i *preturanja* (F_{spr}) zida i *loma temeljnog tla* (F_{sq}) odrediti upoređivanjem uticaja (sila ili momenata) koji uvećavaju i koji umanjuju stabilnost zida ili računskih i dozvoljenih napona u temeljnoj spojnici, pri čemu mogu nastati dileme prikazane jednačinama na slici.



$$F_{skl} = \frac{\sum X^{st}}{\sum X^{kl}} = \frac{T_m + E_p}{E_a} \quad \text{ili} \quad \frac{T_m}{E_a - E_p} \quad ?$$

$$F_{spr} = \frac{\sum M_A^{st}}{\sum M_A^{pr}} = \frac{Wx_W + E_p y_{Ep}}{E_a y_{Ea}} \quad \text{ili} \quad \frac{Wx_W}{E_a y_{Ea} - E_p y_{Ep}} \quad ?$$

Za efektivnu površinu spojnice :

$$q_a = \frac{q_f}{F_{sq}} \Rightarrow q' = \frac{N}{B'} \leq q_a \quad \text{ili} \quad q_{max} \leq q_a \quad ?$$

Sl.1. Najjednostavniji slučaj za horizontalnu translaciju zida sa mogućim dilemama u konvencionalnom određivanju faktora sigurnosti

Fig.1. The simple case for horizontal wall translation with feasible dilemmas for conventional determination of safety factors

Za kliženje i preturanje, *prve* jednačine za F_{skl} i F_{spr} na Sl.1 zadate su u većini savremenih nacionalnih tehničkih regulativa, pa izgleda logično da se pojedinačni uticaji unose u brojilac ili imenilac desne strane *druge* jednačine tako da im vrednost bude uvek pozitivna (prema britanskom standardu i primeru u [4]) – ali je i *treća* jednačina logična jer su u brojiocu uticaji zida i kontaktne spojnice a u imeniocu njihovi ostali 'spoljašnji' uticaji (primer u [17])*. Novijim radovima [9] i [8] analiziraju se i diskutuju ove dileme, uz neuspešan pokušaj da se razreše analizom uticaja nagiba zida na veličinu faktora sigurnosti, dosta površno za ugledan časopis u kome su objavljeni.

Za željeni faktor sigurnosti F_{sq} u pogledu loma temeljnog tla (ovde jedinstven a inače su najmanje dva parcijalna), preko opterećenja loma (q_f) određuje se dozvoljeno opterećenje (q_a) na efektivnom delu temeljne spojnice širine B' u zavisnosti od ekscentriciteta (e) rezultante svih sila iznad nivoa spojnice, koja mora biti u ravnoteži sa reakcijom N i mobilisanim otporom kontaktnog trenja T_m (ako se adhezija zanemaruje) – pa nema dileme da za tlo i oštećenu stenu mora biti zadovoljena prva nejednačina.

* Uslovi mobilizacije otpora tla analiziraju se u nastavku rada a opravdana uputstva da se pasivan otpor isključuje u celosti ili delimično, do određenog procenta aktivnog pritiska, nisu predmet ovoga rada.

Upoređenje računskog ivičnog pritiska (q_{max}), kakvog na deformabilnom tlu nije moguće ostvariti, sa dozvoljenim jednakopodeljenim na efektivnoj površini spojnice (q_a) nema nikakvo fizičko ni računsko opravdanje ali se – u prkos činjenici da se q_a prema Brinch Hansen-u i dr. u nas primenjuje od sedamdesetih godina prošlog veka i tumačenjima uvažavanih autora 1979 [18] ili 1995 [16] – još uvek se u projektima, pa i u većini udžbenika za temeljenje, o stabilnosti potpornih zidova i plitkih temelja samaca zaključuje na osnovu poređenja q_{max} sa q_a ili se, npr., njihovim izjednačenjem izvode obimni izrazi za određivanje pogodnog ekscentriciteta stope u odnosu na osu stuba itd.

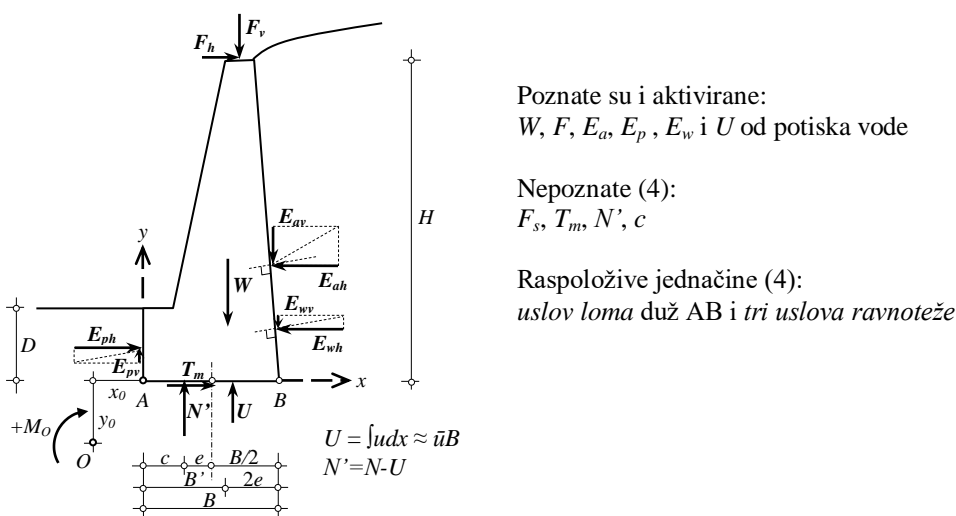
Kako se može videti, ako je stopa zida ispravno dimenzionisana za granično stanje loma temeljnog tla onda konvencionalna provera stabilnosti u pogledu preturanja postaje izlišna a u stišljivijem tlu korisno je proveriti sleganja ivičnih tačaka (i naginjanje) temelja usled ekscentričnog opterećenja, što može bitno promeniti pravce i raspodele aktivnih i pasivnih pritisaka tla na zid.

Imajući navedeno u vidu, u narednoj tački se tzv. opštim metodom granične ravnoteže GLE (od General Limit Equilibrium Method) izvodi *opšte rešenje* za ocenu stabilnosti gravitacionog zida, čije jednačine liče na napred navedene ali koje bi mogle da otklone opisane dileme. Opšte rešenje za zid izvodi se kao i opšte rešenje GLE metodom za faktor sigurnosti kosina, iz koga za različite aproksimacije slede konvencionalna specijalna rešenja poznatih autora (Bishop, Janbu i dr.). Videće se da GLE pristupom za zid nestaju dileme navedene rešenjima na *Sl.1*, isto kao što pri uvođenju spoljašnjih sila u GLE rešenja za kosine nema dilema kojih može biti u rešenju Fellenius-a metodom ravnoteže momenata, jer ono nije specijalan slučaj GLE rešenja.

Posle toga, prikazuju se i analiziraju uslovi mobilizovanja pasivnog otpora tla ispred zida i iskazuju orijentaciono preko relativne dubine temeljenja (D/H) prema *Sl.1*.

OPŠTE REŠENJE GLE METODOM

Za opšti slučaj gravitacionog zida kao na *Sl.2*, kada su aktivirani i poznati po veličini, pravcu i smeru granični (aktivni i pasivni) pritisci i potisak vode (U), za proveru stabilnosti preostaju *četiri nepoznate*: traženi jedinstveni faktor sigurnosti (F_s), mobilizovani otpor kontaktnog trenja (T_m) ako nema adhezije, efektivna reakcija (N' , upravna na spojnicu AB) kao deo totalne komponente ($N=N'+U$) rezultante svih sila iznad AB i njen položaj (c).



Sl.2. Opšti slučaj sa prikazom poznatih i nepoznatih veličina u jednačinama granične ravnoteže

Fig.2. The general case with related parameters in the GLE equations

Za ravan problem, ove nepoznate moguće je odrediti iz sistema od četiri jednačine – uslova loma smicanjem duž AB i tri uslova ravnoteže – kako sledi.

Iz uslova loma za efektivne napone duž AB bez adhezije, sa uglom kontaktnog trenja (δ):

$$T_m = \frac{T_f}{F_s} = \frac{N' \tan \delta}{F_s} = \frac{(N-U) \tan \delta}{F_s} \quad (1)$$

Iz uslova ravnoteže :

$$\Sigma Y = 0: \quad N = W + F_v + E_{av} + E_{wv} - E_{pv} \quad (2)$$

$$\Sigma X = 0: \quad T_m = E_{ah} + E_{wh} + F_h - E_{ph} \quad (3)$$

$$(2), (3) \rightarrow (1): F_{s(f)} = \frac{(N-U) \tan \delta}{T_m} = \frac{[(W + F_v + E_{av} + E_{wv} - E_{pv}) - U] \tan \delta}{E_{ah} + E_{wh} + F_h - E_{ph}} \quad (4)$$

$$\Sigma M_O = 0: \quad T_m y_o - N'(x_o + c) - U(x_o + x_U) + \Sigma M_{iO} = 0 \quad (5)$$

ΣM_{iO} = suma momenata oko O svih sila iznad nivoa AB

$$(1) \rightarrow (5): \quad \frac{(N-U) \tan \delta}{F_s} y_o - N'(x_o + c) - U(x_o + x_U) + \Sigma M_{iO} = 0$$

$$F_{s(m)} = \frac{(N-U) \tan \delta \cdot y_o}{(N-U)(x_o + c) + U(x_o + x_U) - \Sigma M_{iO}} \quad (6)$$

Za $y_o = 0$ $F_{s(m)}$ nije određivo jer je i imenilac u (6) jednak nuli, odakle je

za $y_o = 0$ i $x_o = 0$, tj. za $O \equiv A$ (kao i direktno iz $\Sigma M_A = 0$):

$$c = \frac{\Sigma M_{iA} - Ux_U}{N'} = \frac{\Sigma M_{iA} - Ux_U}{N-U} \quad (7)$$

Kako se može videti, faktor sigurnosti $F_{s(f)}$, dobijen u (4) kao faktor ravnoteže sila, predstavlja faktor sigurnosti u pogledu *kliženja* zida u čijem je brojiocu smičući otpor duž spojnice AB a u imeniocu su sve horizontalne sile iznad nivoa spojnice, sa odgovarajućim znakom.

Izraz za faktor sigurnosti $F_{s(m)}$, dobijen u (6) kao faktor ravnoteže momenata svih sila oko proizvoljne tačke O, mogao bi opravdano biti korišćen za traženje najmanje vrednosti faktora i koordinate kritičnog centra rotacije (kao kod kosina), pri čemu za relativno veliko y_o rotacija (*preturanje*) prelazi u translaciju. I u (6), kao u (4), u brojiocu je samo uticaj smičućeg otpora duž spojnice AB a u imeniocu su uticaji svih ostalih sila.

Vidi se da iz momentnog uslova ravnoteže (6) sledi položaj rezultante (c) onako kako se on inače određuje, što potvrđuje napred navedene preporuke da se stopa temelja dimenzioniše prema dozvoljenom ekscentricitetu (e tj. c) i za njega dozvoljenom opterećenju (q_a) u pogledu loma tla, bez formalne provere na preturanje.

USLOVI MOBILIZOVANJA PASIVNOG OTPORA TLA ISPRED ZIDA

U tlu uz kruti gravitacioni zid, aktivno ili pasivno granično stanje ravnoteže sila (Coulomb) tj. granična stanja napona (Rankine) nastaju pri *graničnim veličinama horizontalnih pomeranja* zida, koja se iskazuju kao relativna (u odnosu na visinu zida) i zavise od vrste (svojstava) tla i vida pomeranja zida – translatornog (Coulomb) ili rotacionog oko najniže tačke (Rankine), najviše ili druge tačke zida, od čega zavisi i raspodela pritisaka. Uz obimna teorijska istraživanja [14] i sažetiji prikaz uticaja [15], uticaj pomeranja ispitivan je modelski od strane 'klasika' (Terzaghi, 1934, Tschebotarioff, 1949, 1953, Rowe, 1952, opis u [3]) ili u svojevremeno nezaobilaznom radu [6] prikazanom i analiziranom u [12].

Eminentan evropski autor [10] prikazuje granična horizontalna pomeranja (Δ') tačke na polovini visine zida (koja se kao takva za translaciju i rotaciju mogu porediti), veličine $\Delta'_a/H = 0,0005$ za translaciju (Coulomb) i $0,005$ za rotaciju oko nožice (Rankine) i, modelskim ispitivanjima potvrđujući poznata saznanja da za pasivno granično stanje rešenja ova dva autora nisu opravdana, navodi $\Delta'_p/D = 0,02$ za zbijeni i $0,06$ za slabo zbijeni pesak pri rotaciji prema Krey (1932) oko kritičnog centra iznad zida, čije koordinate sa koeficijentima pasivnog otpora tla daje u obimnoj tabeli.

Iz nalaza Hettler-a [13], prikazanih u [10] za horizontalnu translaciju zida u pesku, modeliranom prema rezultatima triaksijalnih ispitivanja kao na Sl.3, za ovu priliku bilo je moguće izvesti rešenje i sačiniti dijagram za određivanje najmanje relativne dubine (D/H) zida za koju se u analizu stabilnosti zida može uvesti uticaj pasivnog otpora tla ispred zida (Sl.3), npr. sa krive za $m = 1,7$ (za prosečan oblik triaksijalne krive).

Za triaksijalnu kompresiju peska izmereno je

$$\varepsilon_1 \approx A_e C_e [(\sigma_1 - \sigma_3) / \sigma_3]^m$$

$$A_e = 0,01 \div 0,03$$

$$C_e = 0,1 \div 1 \text{ za } e = (0,6 \div 1) e_{cr}$$

$$m = 1,3 \div 2,2 \text{ (zavisi od oblika triaksijalne krive)}$$

Za translaciju zida u pesku :

$$\Delta_a / H \approx A_a C_e [(E_0 - E_a) / \gamma H^2]^m \quad A_a = 0,1 \div 0,4$$

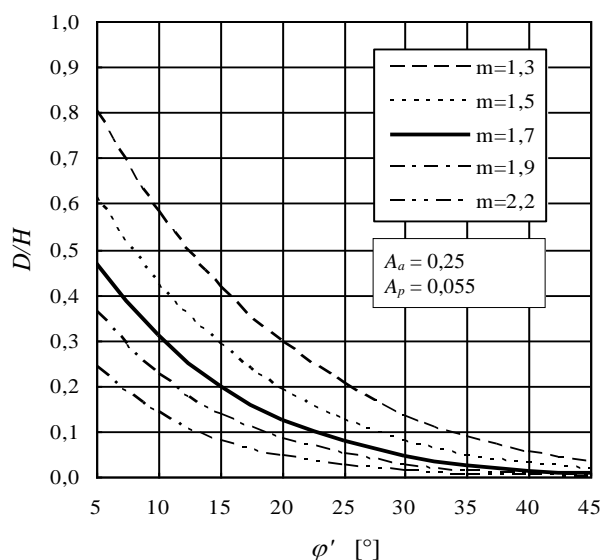
$$\Delta_p / H \approx A_p C_e [(E_p - E_0) / \gamma H^2]^m \quad A_p = 0,03 \div 0,08$$

Odavde se može izvesti, za $\Delta_p = \Delta_a$ kao na Sl.1 :

$$(\Delta_p / D) D = (\Delta_a / H) H$$

$$\frac{D}{H} \approx \frac{A_a}{A_p} \left(\frac{k_0 - k_a}{k_p - k_0} \right)^m \quad k_{a,p} = \tan^2(\pi / 4 \mp \varphi' / 2)$$

$$k_0 \approx 1 - \sin \varphi'$$



Sl.3. Dubina temeljenja pri kojoj se aktivira pasivan otpor tla ispred zida

Fig.3. Critical depth for passive soil resistance mobilizing in front of the wall

Granične veličine horizontalnih pomeranja usled rotacije oko najniže tačke gravitacionog zida procenjene su pretežno empirijski i za zid u dobro (dense) i slabo (loose) zbijenom pesku i u tvrdoj (stiff) i mekoj (soft) glini navode se u anglosaksonskoj regulativi [17], [2] i tamo široko korišćenim udžbenicima [5], kao i kod nas [16], kako je dato u Tabeli 1 (bez poslednje kolone), sa oznakama kao na Sl.1.

Tabela 1. Granične rotacije oko nožice zida

Table 1. Wall rotation about its base

Vrsta i stanje tla		Δ_a/H	Δ_p/D	$(D/H)^*$
Pesak	zbijen	0,001	0,02	0,05
	rastresit	0,004	0,06	0,07
Glina	tvrda	0,01	0,02	0,50
	meka	0,02	0,04	0,50

U poslednjoj koloni prikazana je relativna dubina (D/H)* temeljenja zida pri kojoj se aktivira pasivan otpor tla ispred zida, iz prethodnih kolona izvedena kao da su granična pomeranja vrha data za translaciju, pri kojoj je $\Delta_p = \Delta_a$ prema Sl.1, odakle je $(\Delta_p/D)D = (\Delta_a/H)H$ pa je $D/H = (\Delta_a/H)/(\Delta_p/D)$. Pošto je rezultat količnik graničnih pomeranja greška je mala a vrednosti saglasne sa krivom na Sl.3.

Prema Eurocode 7 faktori sigurnosti uvode se drugačije od napred opisivanog načina a granične vrednosti pomeranja zida su u najmanje srednje zbijenom krupnozrnim (nevezanom) tlu $\Delta_a/H = 0,001$ za translaciju, 0,005 za rotaciju oko nožice i 0,002 za rotaciju oko vrha zida [7], dok se npr. u respektabilnom programu *ReWaRD* za projektovanje potpornih zidova [1] primenjuju najnoviji britanski i evropski standardi uz podatke o pomeranjima zidova velikih visina u 39 proučenih (tzv. istorijskih) slučajeva.

ZAKLJUČAK

Prema izloženom rešenju GLE metodom – izvedenom za mobilisane granične (aktivne i/ili pasivne) pritiske tla na gravitacioni potporni zid pa uslov loma važi za temeljnu spojnicu – u brojiocima izraza za faktore sigurnosti u pogledu klišenja i preturanja zida je samo uticaj mobilisanog smičućeg otpora u spojnici a u imeniocima su uticaji svih ostalih sila. Rešenje potvrđuje stav da je formalna provera stabilnosti zida na preturanje nepotrebna ako je temelj zida dimenzionisan na osnovu dozvoljenog opterećenja u pogledu loma tla za efektivni deo spojnice, koje nema smisla upoređivati sa najvećim ivičnim naponom. Na *Sl.3* izvedena je granična dubina temeljenja pri kojoj počinje da deluje pasivan otpor tla ispred zida prema *Sl.1*. Rešenja su data za unapređenje konvencionalnih proračuna u praksi u kojoj će, nadamo se, početi primena savremenih modela i metoda (npr. primenom paketa Plaxis i sl.).

REFERENCE

- [1] Bond,A.(2001): *ReWaRD 2.5 Reference Manual - Retaining Wall Design*, Geocentrix Ltd., Surrey, 59-67.
- [2] Canadian Geotechnical Society (1992): *Canadian Foundation Engineering Manual*, BiTech, Vancouver.
- [3] Caquot,A.,Kérisel,J.(1967): *Grundlagen der Bodenmechanik* (prevod francuskog izdanja iz 1956), Springer-Verlag, Berlin, 302-313.
- [4] Clayton,C.R.I.,Milititsky,J.(1986): *Earth Pressure and Earth-retaining Structures*, Surey University Press, Glasgow, 157-164.
- [5] Coduto,D.P.(2001): *Foundation Design – Principles and Practices*, Prentice-Hall, New Jersey, 754-757.
- [6] Дуброва,Г.А.(1963): *Взаимодействие грунта и сооружений*, Речной транспорт, Москва.
- [7] ***(1997): *EVROKOD 7: Projektovanje i proračun geotehničkih konstrukcija – Deo 1: Opšta pravila* (prevod sa engleskog ENV 1997-1:1994, editor Anagnosti,P.), Građevinski fakultet, Beograd, 92.
- [8] Ghaly,A.M.(1999): Discussion, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.125, No.3, ASCE, New York, 228.
- [9] Greco,V.R.(1997): Stability of Retaining Walls against Overturning, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.123, No.8, ASCE, New York, 778-780.
- [10] Gudehus,G.(1980): Erddruckermittlung, Poglavlje 1.12 u *Grundbau Taschenbuch*, Teil 1 (herausgeber Smolczyk,U.), Ernst&Sohn, Berlin, 321-323.
- [11] Gudehus,G.(1981): *Bodenmechanik*, Ferdinand Enke, Stuttgart, 191-205.
- [12] Harr,M.E.(1977): *Mechanics of Particulate Media – A Probabilistic approach*, McGraw-Hill, NY, 348-352.
- [13] Hettler,A.(1981): *Verschiebungen starrer und biegsamer Baukörper in Sand unter monotonen und zyklischen Lasten*, Veröffentlichungen, Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik, Karlsruhe, 86.
- [14] Kézdi,Á.(1962): *Erddrucktheorien*, Springer-Verlag, Berlin, 91-97.
- [15] Kézdi,Á.(1975): Lateral Earth Pressure, Chap.5 u *Foundation Engineering Handbook* (eds. Winterkorn,H., Fang,H.-Y.), Van Nostrand Reinhold Comp., New York, 204-216.
- [16] Maksimović,M. (1995): *Mehanika tla*, Grosknjiga, Beograd, 381-383, 414.
- [17] NAVFAC(1986): *Design Manual 7.02: Foundations and Earth Structures*, Alexandria (USA), 60.
- [18] Nonveiller,E.(1979): *Mehanika tla i temeljenje građevina*, Školska knjiga, Zagreb, 394.
- [19] Terzaghi,K.(1972): *Teorijska mehanika tla* (prevod izdanja 1943), Naučna knjiga, Beograd, 34-43, 63-71.