

Samardaković, M. (2006): Stabilnost kosina za kliznu površinu proizvoljnog oblika – Opšte i specijalna rešenja metodom lamela, *Zbornik radova Građevinsko-arhitektonskog fakulteta*, br.21, Niš, str.77-88.

UDK: 624....

## STABILNOST KOSINA ZA KLIZNU POVRŠINU PROIZVOLJNOG OBLIKA: OPŠTE I SPECIJALNA REŠENJA METODOM LAMELA

Miroljub Samardaković<sup>1</sup>

### Rezime

*Posle prikaza savremenih načina analize stabilnosti tla primenom strogih, pojednostavljenih i numeričkih rešenja, u radu je kreiran osnovni vid opšteg rešenja metodom granične ravnoteže (GLE) za faktor sigurnosti kosine sa kliznom površinom proizvoljnog oblika. Prikazano je kako iz njega za različita uprošćenja slede konvencionalna specijalna rešenja (Spencer, Morgenstern&Price, Janbu, Nonveiller, Bishop) koja se na ovaj način sažetije opisuju i lakše upoređuju, uz mogućnost uvođenja seizmičkih i spoljašnjih uticaja. Rešenje Janbu izvedeno je iz uslova ravnoteže sila. Opisan je i originalan način za automatizovano nalaženje kritične kružnocilindrične klizne površine, primenjen u programskom sistemu GeoData2 autora.*

**Ključne reči:** *Analize stabilnosti tla, stabilnost kosina, GLE metod lamela, specijalna rešenja.*

### 1. MOGUĆI NAČINI ANALIZE I METOD LAMELA

Kao što Mehanika predstavlja teorijsku osnovu za konstruisanje građevinskih objekata, tako Geomehanika (Mehanika tla i Mehanika stena) nudi teorijsku osnovu za rešavanje zadataka Građevinske geotehnike, koji se mogu svesti na analize stabilnosti i deformacija terena sa objektom u toku njegovog građenja i korišćenja. Ovi zadaci se mogu rešavati, sa različitom tačnošću, analizom ponašanja dela terena efektivno zahvaćenog uticajima radova i objekta u merodavnim fazama građenja i korišćenja, izvršenom tzv. *fenomenološkim* (makro)

---

<sup>1</sup> Miroljub Samardaković, dipl.inž.građ., Odeljenje za geotehniku Instituta GAF u Nišu

pristupom – na osnovu ponašanja elementarne prizme, uzoraka tla ili većeg dela sistema, ili *strukturnim* (mikro) pristupom – na osnovu statističke sinteze interakcije zrna tla (još uvek samo teorijski).

Fenomenološki pristup može biti *inženjerski* – razvijen na iskustvu iz prirodnih i graditeljskih procesa, uz kasnije uvođenje eksperimenata i merenja svojstava (sa klasičnim ali i aktuelnim rešenjima), ili *sa stanovišta Mehanike kontinuuma* – na osnovu opitima određenih konstitutivnih relacija datog tla, koje sa opštim zakonima Mehanike kontinuuma (uslovima ravnoteže i kompatibilnosti pri zanemarenom kretanju i ubrzanju) predstavljaju matematičku osnovu za rešavanje zadataka na putu *od sila do pomeranja* ili obrnuto, sa parcijalnim diferencijalnim jednačinama koje se rešavaju za poznate ili realno procenjene konturne uslove (po silama, pomeranjima ili mešovite). Takva rešenja Teorijske mehanike tla opravdano je za primenu u praksi adaptirati *i/ili pojednostaviti koliko god je moguće, ali ne više od toga* (parafraza Einstein-a).

Tako se, aktuelnim metodima analize, mogu tražiti *stroga rešenja* (u zatvorenom obliku) ili *pojednostavljena rešenja* ili vršiti *numeričke analize*. Kako je poznato, *stroga rešenja* postoje samo za mali broj slučajeva i teorijski su tačna ali predstavljaju idealizovanu aproksimaciju realnog fizičkog problema, moguću pre svega za deformacije izotropnog, idealno elastičnog materijala i proste konturne uslove ili za probleme koji se mogu svesti na jednodimenzionalne.

*Pojednostavljena rešenja* dobijaju se (a) *metodom granične ravnoteže* (Coulomb-ova analiza pritisaka 'klinova' tla, *metod lamela* za ocenu stabilnosti kosina), (b) *metodom karakteristika* (polja napona za pritiske prema Rankine-u, faktore nosivosti tla, rešenja Sokolovskog) ili (c) *metodom granične analize*, kojim se preko donje granice i gornje granice približavamo teorijski tačnom rešenju (za tlo videti [5] ili [6]). Iako sva tri pojednostavljena metoda rešavaju samo probleme stabilnosti za koje se moraju pretpostaviti mehanizam i kriterijum loma tla, krutoplastičnog (za graničnu analizu idealno plastičnog sa asociranim zakonom tečenja), zasićenog nedreniranog ili dreniranog (ne i delimično zasićenog), bez uslova ravnoteže (za gornju granicu) ili kompatibilnosti (za sve ostale) – oni ostaju matematički složeni i iziskuju primenu specijalnih kompjuterskih programa.

Kako je poznato, *numerički metodi* analize (*konačnih razlika* za specifične zadatke, *konačnih elemenata* pretežno a za praksu još ne i *ivčnih elemenata* i dr.) uvažavaju uslove ravnoteže i kompatibilnosti i linearne ili nelinearne konstitutivne relacije savremenih reoloških modela i uz racionalnu diskretizaciju mogu dovoljno približno da

rešavaju probleme deformacija i stabilnosti tla kompjuterskom simulacijom istorije konturnih uslova, od početnih (short term) preko faznih u toku građenja do krajnjih (long term).

U poslednjih petnaestak godina FEM programi bivaju dovoljno prilagođeni za konstruktorsku praksu, u geomehanici prvo za osnosimetrične i ravne probleme (pogodno za kosine) a nedavno i za trodimenzionalne (npr. *Plaxis 3D Foundation* [20], koji bi se mogao nadovezati na FEM programe za objekte na tlu). Tako su numeričke analize, uz prednosti i nedostatke koje ovde nećemo opisivati (za tlo videti [7,9,25]), razvijene do nivoa na kome postaju superiorne u odnosu na stroga i pojednostavljena rešenja i *moгу* ih zameniti u procesima geotehničkog konstrukterstva, što podržava i Eurocode 7 [21].

U relativno velikom repertoaru mogućih teorijskih i računskih rešenja, za analizu *stabilnosti kosina*, prirodnih ili izgrađenih (man-made), postoji nekoliko definicija sigurnosti i više mogućnosti (pristupa) za rešavanje zadatka kvantifikacije stabilnosti. U savremenoj praksi, računске analize stabilnosti kosina vrše se skoro isključivo primenom teorijski *pojednostavljenih rešenja*, izvedenih tzv. *metodom lamela* iz raspoloživih *uslova granične ravnoteže* za ravan problem: tri uslova ravnoteže i linearan (u novije vreme i nelinearan) uslov loma na konturi krutoplastičnog kliznog tela.

Ova rešenja nose imena svojih autora (*Fellenius* [10], *Bishop* [2], *Janbu* [13,14,15], *Morgenstern i Price* [18], *Spencer* [24] i više novijih) i sva su izvođena originalno, primenjujući dva ili sva tri uslova ravnoteže, sa ciljem da se tadašnjom računskom tehnikom što neposrednije dobije što tačnija vrednost *faktora sigurnosti* u pogledu loma tla za analiziranu kliznu površinu kružnog ili proizvoljnog (poligonalnog) oblika u analiziranom preseku.

Posle rada Fredlund i Krahn (1977) [11], u kome se upoređuju napred navedena (davno već konvencionalna) rešenja, izvođena pojedinačno metodom lamela iz jedinstvene teorijske osnove, uočava se mogućnost njihovog prikazivanja kao *specijalnih rešenja* izvedenih za različite pretpostavke iz *opšteg rešenja metodom granične ravnoteže*, nazvanim *GLE metod* (od General Limit Eequilibrium method) ili *opšti metod lamela*.

U inostranoj literaturi, u monografijama (Chowdhury [8], Bromhead [3]) pojedinačno se analiziraju napred navedena specijalna rešenja i hronologija njihovog razvoja [3] a njihovo izvođenje iz jedinstvenog opšteg pristupa načelno opisuju Atkinson [1] pa Brunsden&Prior [4], dok Gussmann [12] originalno izvodi faktore

sigurnosti za svaki od tri uslova ravnoteže i iz njih dobija pomenuta specijalna rešenja kao približna.

Kompletno izvođenje specijalnih iz opšteg rešenja primenjeno je u razvoju široko afirmisanog softvera Slope/W (2002) [23], kojim uz GLE rešenje 7 specijalnih gubi na značaju. Zhu i dr.(2003) [26] upoređuju i za pretpostavljenu raspodelu normalnih napona duž klizne površine generalizuju čak 12 postojećih metoda lamela, u formi pogodnoj za primenu u kompjuterskim programima.

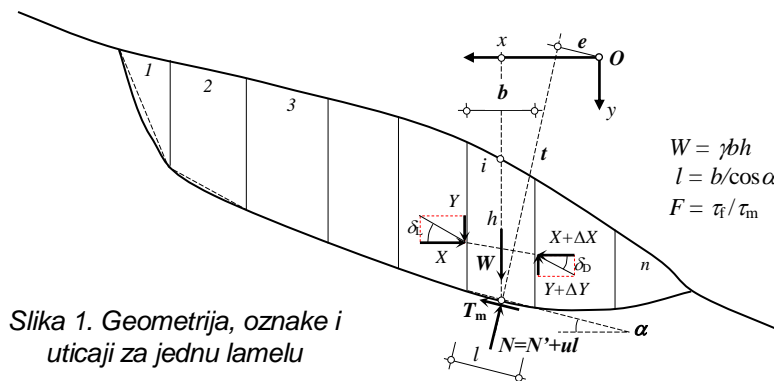
U domaćoj literaturi, u JUS U.C4.200 [16] se opisuje iterativni postupak za dobijanje faktora sigurnosti opštim rešenjem uz zadovoljenje sva tri uslova ravnoteže, izvesno u vezi sa opštim metodom prof.Maksimovića ([17] i dr.) za proizvoljnu kliznu površ i nelinearni uslov loma tla. U ovim referencama prikazan je i jednostavan način uvođenja seizmičkih (kvazistatičkih) i drugih uticaja spoljašnjeg opterećenja u specijalna rešenja, imajući u vidu da se oni preko lamela prenose na kliznu površinu i menjaju intenzitete normalnih i smičućih sila duž nje.

Deduktivnim pristupom i neposrednim izvođenjem specijalnih (konvencionalnih) iz opšteg rešenja (GLE), kakvog u domaćoj literaturi još uvek nema, sa manje prostora i vremena nego za pojedinačna izvođenja može se bolje prikazati i proceniti pouzdanost specijalnih rešenja, dobijenih uvođenjem različitih (fizički što realnijih) pretpostavki koje omogućavaju proračun faktora sigurnosti za datu kliznu površinu i, programiranim ponavljanjem proračuna, određivanje *najmanjeg* faktora sigurnosti za *kritičnu* kliznu površinu, *merodavnog* za ocenu stabilnosti kosine.

Sa tim ciljem, u ovome radu sažeto se prikazuje originalno izvođenje *osnovnog oblika opšteg rešenja* (GLE) metodom lamela i iz njega sled pojedinačnih *specijalnih rešenja* za proračun faktora sigurnosti ( $F$ ) u pogledu kliženja kosine po proizvoljnoj kliznoj površini, u koja se mogu uvesti seizmički i drugi uticaji spoljašnjeg opterećenja kako je napred navedeno.

## 2. GLE METOD LAMELA I SPECIJALNA REŠENJA

Za proizvoljan oblik kliznog tela jedinične debljine upravno na crtež (ravan problem), izdeljenog vertikalnim podelama na lamele čije se konture mogu aproksimirati trapezoidom (*Slika 1*), za graničnu ravnotežu svake od  $n$  lamela potrebno je i dovoljno primeniti tri uslova ravnoteže i uslov loma tla duž njene osnove (ukupno  $4n$  jednačina).



Slika 1. Geometrija, oznake i uticaji za jednu lamelu

Primenom Coulomb-ovog uslova loma za efektivne napone u tlu, pri faktoru sigurnosti ( $F$ ) u pogledu smicanja duž osnove svake lamele sa pornim pritiskom ( $u$ ) biće mobilisan otpor smicanju ( $\tau_m$ ) umesto ukupne čvrstoće na smicanje ( $\tau_i$ ), odakle je:

$$T_m = \tau_m l = \frac{\tau_f}{F} l = \frac{c' + (\sigma - u) \tan \varphi'}{F} l = \frac{c' l + (N - ul) \tan \varphi'}{F} \quad (1)$$

Unosom  $T_m$  u prvi uslov ravnoteže sila dobija se *totalna normalna sila* ( $N$ ) u osnovi svake lamele, koja zavisi od  $F$ :

$$\Sigma Y = 0: \quad W - \Delta Y - T_m \sin \alpha - N \cos \alpha = 0 \quad (2)$$

$$(1) \rightarrow (2): \quad N = [W - \Delta Y - (c' l - ul \tan \varphi') \sin \alpha / F] / m_\alpha \quad (3)$$

$$\text{gde je} \quad m_\alpha = \cos \alpha + \sin \alpha \tan \varphi' / F = \cos \alpha (1 + \tan \alpha \tan \varphi' / F) \quad (3')$$

Unosom  $T_m$  i  $N$  u drugi uslov ravnoteže sila i u uslov ravnoteže momenata za proizvoljno odabrani centar  $O$ , preko suma uticaja za sve lamele klznog tela dobijaju se dva izraza za faktor sigurnosti – ( $F_f$ ) iz uslova ravnoteže sila i ( $F_m$ ) iz uslova ravnoteže momenata, u kojima je  $F$  na desnoj strani, kako sledi (bez detalja izvođenja za koje ovde nema prostora):

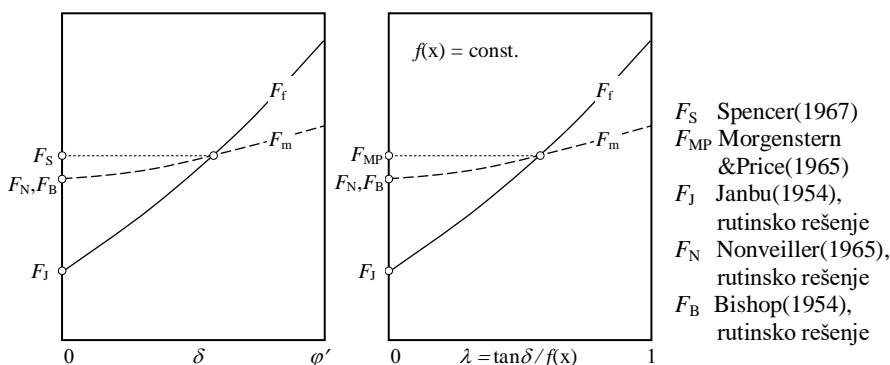
$$\Sigma X = 0: \quad \Sigma(N \sin \alpha) - \Sigma(T_m \cos \alpha) - \Sigma \Delta X = 0 \quad \text{gde je u telu } \Sigma \Delta X = 0 \quad (4)$$

$$(1) \rightarrow (4): \quad F_f = \frac{\Sigma [c' l \cos \alpha + (N - ul) \tan \varphi' \cos \alpha]}{\Sigma(N \sin \alpha)} = \frac{\Sigma \{ [c' b + (W - \Delta Y - ub) \tan \varphi'] \cos \alpha / m_\alpha \}}{\Sigma \{ [W - \Delta Y - (c' b - ub \tan \varphi') \tan \alpha / F] \sin \alpha / m_\alpha \}} \quad (5)$$

$$\Sigma M_o = 0: \quad \Sigma(Wx) - \Sigma(T_m t) - \Sigma(Ne) = 0 \quad (6)$$

$$(1) \rightarrow (6): \quad F_m = \frac{\Sigma \{ [c' l + (N - ul) \tan \varphi'] t \}}{\Sigma(Wx) - \Sigma(Ne)} = \frac{\Sigma \{ [c' b + (W - \Delta Y - ub) \tan \varphi'] t / m_\alpha \}}{\Sigma(Wx) - \Sigma \{ [W - \Delta Y - (c' b - ub \tan \varphi') \tan \alpha / F] e / m_\alpha \}} \quad (7)$$

Po tri nepoznate su u osnovi svake od  $n$  lamela ( $T_m$ ,  $N$  i položaj  $M$ ) i u svakom od  $n-1$  vertikalnih preseka ( $Y$ ,  $X$  i položaj  $X$ ), što sa traženim  $F$  daje ukupno  $3n+3(n-1)+1 = 6n-2$  nepoznatih u  $4n$  jednačina pa je sistem statički neodređen. Uz realnu pretpostavku da je položaj  $N$  ispod težišta svake lamele, preostaje  $5n-2$  nepoznatih od kojih se u praksi eliminiše još  $n-1$ , uvođenjem pretpostavljenih fizički mogućih nagiba ( $\delta_D=0 \div \varphi$ ) međulamelnih sila ili položaja  $X$  (npr. duž potporne linije kroz jezgra preseka kliznog tela), čime se dobija  $4n-1$  nepoznatih u  $4n$  jednačina. Sa jednom jednačinom viška, umesto jedinstvenog faktora sigurnosti ( $F$ ) dobijaju se *dva rešenja* ( $F_f$  i  $F_m$ ) iz (5) i (7), njihovim rešavanjem iteracijom do izjednačenja sračunatog  $F_f$  tj.  $F_m$  sa procenjenim  $F$  na desnoj strani jednačine. Uz takvu potproceduru može se varirati pretpostavljeni parametar ( $\delta$  ili položaj  $X$ ), pri čemu će se vrednosti  $F_f$  i  $F_m$  menjati dok se međusobno ne izjednače (kao na Slici 2). Time je dobijeno *jedinstveno rešenje* ( $F = F_f = F_m$ ) faktora sigurnosti kosine za *kliznu površinu proizvoljnog oblika*, uz ispunjenje sva tri uslova ravnoteže primenom jednačina (5) i (7).



Slika 2. Variranje  $\delta$  i dobijene veličine  $F$  prema specijalnim rešenjima

Uvođenjem pretpostavki (za  $\delta$ , položaj  $X$  ili zanemarivanjem jednog uslova ravnoteže), kakve su primenili autori specijalnih rešenja, napred navedena specijalna rešenja mogu se iz GLE rešenja datog sistemom (3')+(5)+(7) dobiti u poznatom (u praksi odavno konvencionalnom) sažetijem obliku. Tako se primenom *sva tri uslova ravnoteže* kroz (5) i (7) i za pretpostavku  $\delta = \text{const.}$  za sve lamele dobija rešenje *Spencer* [24] a za  $\tan \delta = \lambda f_{(x)}$ , gde su  $\lambda = \text{const.}(0 \div 1)$  i  $f_{(x)}$  pogodno pretpostavljena funkcija promene nagiba  $\tan \delta = \Delta Y / \Delta X$  duž kliznog tela, dobija se rešenje *Morgenstern&Price* [18]. Za primenu samo *dva uslova ravnoteže*, jednačinom (5) predstavljeno je rešenje *Janbu* [13,15] dok jednačina (7) u datom obliku predstavlja rešenje *Nonveiller* [19] a u sažetom obliku za kružnu kliznu površinu rešenje

*Bishop* [2]. Uz uprošćenje uvođenjem  $\delta = 0$  za sve lamele, ova tri rešenja postaju računski znatno jednostavnija pa dobijaju naziv *rutinska* rešenja. Rezultati ovih specijalnih rešenja mogu se grafički prikazati i porediti prema *Slici 2*.

### 3. SAŽETI OBLICI SPECIJALNIH REŠENJA

#### 3.1. Rešenje Janbu

Faktor sigurnosti prema ovome rešenju [13,14,15] važi za kliznu površinu proizvoljnog oblika, zadovoljava dva uslova ravnoteže sila i uslov loma tla u zoni smicanja i ovde je u opštem obliku određen jednačinom (5). Svojevremeno originalno izvođenje, preko normalnih i smičućih napona, u domaćoj literaturi je prikazano (nerazumljivo) samo u jednom izvoru, pa za ovu priliku isto rešenje izvodimo preko ravnoteže sila sa *Slike 1*, kako sledi.

Za svaku lamelu:

$$\Sigma Y = 0: \quad W - \Delta Y - T_m \sin \alpha - N \cos \alpha = 0 \quad (a)$$

$$N = (W - \Delta Y) / \cos \alpha - T_m \tan \alpha \quad (b)$$

$$\Sigma X = 0: \quad N \sin \alpha - T_m \cos \alpha - \Delta X = 0 \quad (c)$$

$$(b) \rightarrow (c): \quad \Delta X = (W - \Delta Y) \tan \alpha - T_m (\tan \alpha \sin \alpha + \cos \alpha) = \\ = (W - \Delta Y) \tan \alpha - T_m / \cos \alpha \quad (d)$$

$$T_f = c'l + (N - ul) \tan \varphi' \quad (e)$$

$$(b) \rightarrow (e): \quad T_f = c'l + [(W - \Delta Y) / \cos \alpha - (T_f / F) \tan \alpha - ul] \tan \varphi' \\ T_f (1 + \tan \alpha \tan \varphi' / F) = [c'b + (W - \Delta Y - ub) \tan \varphi'] / \cos \alpha \\ T_f = [c'b + (W - \Delta Y - ub) \tan \varphi'] / m_\alpha \quad (f)$$

$$\text{gde je} \quad m_\alpha = \cos \alpha + \sin \alpha \tan \varphi' / F = \cos \alpha (1 + \tan \alpha \tan \varphi' / F) \quad (3')$$

Za sve lamele:

$$\Sigma X = 0: \quad \Sigma(N \sin \alpha) - \Sigma(T_m \cos \alpha) - \Sigma \Delta X = 0 \quad \text{gde je u telu} \quad \Sigma \Delta X = 0 \quad (4)$$

$$(b) \rightarrow (4): \quad \Sigma[(W - \Delta Y) / \cos \alpha - T_m \tan \alpha] \sin \alpha - \Sigma(T_m \cos \alpha) = 0$$

$$\Sigma(W - \Delta Y) \tan \alpha - \Sigma T_m (\sin \alpha \tan \alpha + \cos \alpha) = 0$$

$$\Sigma(W - \Delta Y) \tan \alpha = (1 / F) \Sigma(T_f / \cos \alpha)$$

$$F_{(f)} = \frac{\Sigma(T_f / \cos \alpha)}{\Sigma(W - \Delta Y) \tan \alpha} = \frac{\Sigma[c'b + (W - \Delta Y - ub) \tan \varphi'] / (\cos \alpha m_\alpha)}{\Sigma(W - \Delta Y) \tan \alpha} \quad (8)$$

Sažeti oblik rešenja  $F = F_f$  prema (8) pogodniji je od opšteg prema (5), što pri primeni računara prestaje da bude značajno.

Zanemarivanjem smičuće komponente međulamelnih sila ( $\Delta Y = 0$  tj.  $\delta = 0$ ), rešenje (5) ili (8) postaje tzv. *rutinsko rešenje Janbu* koje zbog toga, prema [14], treba uvećati na  $F \cdot f_0$  gde  $f_0 > 1$  zavisi od relativne dubine klizne površine, iskazane odnosom najveće dubine klizanja ( $d$ , mereno od duži  $L$  koja predstavlja dužinu kliznog tela) i dužine ( $L$ ) kliznog tela, prema dijagramu dostupnom u domaćoj literaturi. U proračunima bi se mogle primeniti aproksimacije za

$$\begin{aligned} c = 0: & \quad f_0 = 1,012 + 0,126(d/L) \\ \varphi = 0: & \quad f_0 = 1,024 + 0,300(d/L) \\ \text{mešovito tlo:} & \quad f_0 = 1,018 + 0,215(d/L). \end{aligned}$$

Počev od  $\Delta X \geq 0$  prve lamele (npr. od dejstva vode u čeonjoj/zatežućoj pukotini kliznog tela), jednačinom ( $d$ ) može se za sračunati ili za željeni faktor sigurnosti dobiti dijagram horizontalnih međulamelnih sila i time odrediti npr. horizontalno opterećenje potporne konstrukcije kojom će biti zamenjene najniže lamele kliznog tela (primenjeno u autorovom programskom sistemu *GeoData2* [22] za geomehaničke proračune stabilnosti i deformacija tla plitkih temelja, šipova, potpornih konstrukcija i kosina).

### 3.2. Rešenje Bishop

Originalno rešenje Bishop (1954) [2], izvedeno je za kružnoci-lindričnu kliznu površinu iz dva uslova ravnoteže (sila i momenata) i, prema [3], bilo je putokaz i za izvođenje rešenja za površinu proizvoljnog oblika.

Ovde je sadržano jednačinom (7) koja, kako se vidi, važi za proizvoljan oblik klizne površine i zadovoljava dva uslova ravnoteže (jedan za sile i jedan za momente) i uslov loma tla. Uvođenjem geometrijskih podataka prema *Slici 1* za *kružnu* kliznu površinu poluprečnika  $R$  ( $t = R$ ,  $x = R \sin \alpha$ ,  $e = 0$ ), iz (7) direktno sledi sažeti oblik rešenja Bishop [2]:

$$F_{(m)} = \frac{\sum [c'b + (W - \Delta Y - ub) \tan \varphi'] / m_\alpha}{\sum W \sin \alpha} \quad (9)$$

Traženje kritične kružne klizne površine prema ovom i drugim rešenjima najčešće se komercijalnim programima vrši za unapred zadato područje centara krugova i/ili za područje krugova omeđeno njihovom graničnom tangentom (npr. čvršim slojem ispod kosine).

Programima *GeoData2* [22] kritična kružna klizna površina određuje se originalno i za praksu pogodno, na sledeći način: očekivano područje kliznog tela deli se na  $n$  racionalno uskih vertikalnih



lamela čije su gornje ivice označene sa  $0, 1, \dots, i, \dots, j, \dots, n-1, n$ ; kritična klizna površina sa najmanjim faktorom sigurnosti ( $F_{\min}$ ) za proizvoljnu tetivu  $i-j$  dobija se dovoljno malim sukcesivnim uvećavanjem radijusa krugova sa centrom na simetrali te tetive; određivanjem ovih podataka za sve tetive od  $i$  (0 do  $n-1$ ) do  $j$  ( $i+1$  do  $n$ ), tako što se za svako  $i$  menja  $j$  do kraja istraživnog područja, dobija se merodavna smičuća površina sa faktorom sigurnosti ( $F_{\min\min}$ ) kosine.

### 3.3. Rešenje Fellenius

Ovo rešenje za kružnocilindričnu kliznu površinu [10], kompjuterizacijom prevaziđeno i kod nas primenjivano pod nazivom *švedska metoda*, uvođenjem  $\Delta Y = \Delta X = 0$  potpuno zanemaruje međulamelne sile (što je u rešenju isto kao da je za svaku lamelu  $\delta = \alpha$ ) pa za svaku lamelu uz primenu uslova loma i jednačine (1) postavlja uslov ravnoteže sila u pravcu upravnom na osnovu te lamele

$$\Sigma N = 0: \quad N = W \cos \alpha \quad (g)$$

pa se iz uslova ravnoteže momenata sila za sve lamele dobija:

$$\Sigma M_o = 0: \quad \Sigma(Wx) - \Sigma(T_m R) = 0 \quad (6')$$

$$(1) \rightarrow (6'): \quad F_{(m)} = \frac{\Sigma[c'l + (N - ul) \tan \varphi'] R}{\Sigma(Wx)} = \frac{\Sigma[c'l + (W \cos \alpha - ul) \tan \varphi']}{\Sigma W \sin \alpha} \quad (10)$$

Kako se vidi, rešenje (10) ne može se izvesti kao specijalno iz napred navedenog opšteg rešenja jer, za razliku od opšteg rešenja, uslov ravnoteže sila nije jedinstven za svaku lamelu, kao ni faktor sigurnosti koji ovde predstavlja srednju vrednost faktora za pojedinačne lamele.

## 4. ZAKLJUČAK

U prvom delu rada opisani su savremeni načini analize stabilnosti tla omogućeni primenom (a) *strogih* rešenja, (b) *pojednostavljenih* rešenja izvedenih metodom granične ravnoteže (gde spada i *metod lamela* za analizu stabilnosti kosina), metodom karakteristika ili metodom granične analize i (c) *numeričkim* analizama (najčešće FEM), uz reference merodavne za primenu i ocenu tih metoda i rešenja.

Posle više decenija primene pojedinačnih rešenja izvedenih metodom lamela za ocenu stabilnosti kosina uočeno je da ona predstavljaju specijalna rešenja koja se iz opšteg rešenja metodom

granične ravnoteže (GLE) dobijaju uvođenjem odgovarajućih uprošćenja. U radu su originalno izvedeni *osnovni oblik takvog opšteg rešenja* (jednačine 3', 5 i 7), koji sadrži specijalna rešenja na osnovu tri uslova ravnoteže (Spencer, Morgenstern&Price, *Slika 2*) i iz njega *sažeti oblici* najpoznatijih specijalnih rešenja (Janbu, Nonveiller, Bishop) na osnovu dva uslova ravnoteže, kao i rešenje Fellenius koje formalno ne može biti sadržano opštim rešenjem. Pomenut je način uvođenja seizmičkih i drugih spoljašnjih uticaja u ova rešenja [16,17] i opisan originalan način određivanja kritične kružne klizne površine, primenjen u programskom sistemu *GeoData2* autora [22].

Na osnovu obimne inostrane literature i periodike, u spisku referenci navedeni su radovi koji prvi put opisuju opšte rešenje GLE metodom i pojedina specijalna rešenja, od kojih za neka (Fellenius, Janbu, Bishop) u ranoj hronologiji ima manje konfuzije. Korisni detalji i komentari u vezi primene pojedinih specijalnih rešenja dati su u [3,8,17] a o izvođenju i primeni opšteg rešenja za nelinearan uslov loma u [17].

## 5. REFERENCE

- [1] Atkinson, J.H. (1981): *Foundations and Slopes – An introduction to applications of critical state soil mechanics*, McGraw-Hill, London, 307-309.
- [2] Bishop, A. (1954): The use of slip circle in stability analysis of slopes, *Proc. European Conf. on Stability of Earth Slopes*, Stockholm, Vol.1, 1-13.
- [3] Bromhead, E.N. (1986): *The Stability of Slopes*, Surrey University Press, London, 117-119.
- [4] Brunsden, D., Prior, D.B. (1984): *Slope Instability*, John Wiley, Chichester, 186-199.
- [5] Chen, W.F. (1975): *Limit Analysis and Soil Plasticity*, Elsevier, Amsterdam, 638 str.
- [6] Chen, W.F., Liu, X.L. (1990): *Limit Analysis in Soil Mechanics*, Elsevier, Amsterdam, 477 str.
- [7] Chen, W.F., Mizuno, E. (1990): *Nonlinear Analysis in Soil Mechanics*, Elsevier, Amsterdam, 661 str.
- [8] Chowdhury, R.N. (1978): *Slope Analysis*, Elsevier, Amsterdam, 152.
- [9] Duncan, J.M. (1996): State of the Art – Limit Equilibrium and Finite-Element Analysis of Slopes, *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol.122, No.7, 577-596.
- [10] Fellenius, W. (1926): *Erdstatische Berechnungen*, Ernst&Sohn, Berlin.

- [11] Fredlund, D.G., Krahn, J. (1977): Comparison on slope stability methods of analysis, *Canadian Geotechnical Journal*, 14, 429-439.
- [12] Gussmann, P. (1987): Böschungsgleichgewicht im Lockergestein, Abschn. 3.2 u Smolczyk, H.U. (Hrsg.): *Grundbau-Taschenbuch*, 3. Aufl., Teil 3, Ernst&Sohn, Berlin, 47-70.
- [13] Janbu, N. (1954): Application of composite slip surfaces for stability analysis, *Proc. European Conf. on Stability of Earth Slopes*, Stockholm, Vol. 3, 43-49.
- [14] Janbu, N., Bjerrum, L., Kjaernsli, B. (1956): *Veiledning ved løsning av fundamente-ringsoppgaver*, Norwegian Geotechnical Institute, Publ. 16, Oslo.
- [15] Janbu, N. (1973): Slope stability computations, u Hirschfeld, Poulos (eds.): *Embankment Dam Engineering*, Casagrande Memorial Volume, John Wiley, New York, 47-86.
- [16] \*\*\* (1990): JUS U.C4.200—Osiguranje donjeg stroja saobraćajnica i ukupne stabilnosti tla i trupa puta, SZS, Beograd, 29 str.
- [17] Maksimović, M. (1995): *Mehanika tla*, GrosKnjiga, Beograd, 484, 495-502.
- [18] Morgenstern, N.R., Price, V.E. (1965): The analysis of the stability of general slip surfaces, *Geotechnique*, Vol. 15, London, 79-93.
- [19] Nonveiller, E. (1965): The Stability Analysis of Slopes with Slip Surface of General Shape, *Proc. VI ICSMFE*, Montreal, II, 522-525.
- [20] \*\*\* (2004): *Plaxis 3D Foundation (v.1)*, FE package, Plaxis BV, Delft, Netherlands.
- [21] Potts, D.M. (2003): Numerical analysis – a virtual dream or practical reality?, *Geotechnique*, 53, No. 6, London, 535-573.
- [22] Samardaković, M. (1996): Geomehanički programski sistemi *GeoData 1&2*, *Zbornik radova međunarodnog naučnog skupa Pravci razvoja geotehnike*, RGF i Sava centar, Beograd, 395-404.
- [23] \*\*\* (2002): *Slope/W (v.5) Users Guide*, Geo-Slope Int. Ltd., Calgary, Alberta, Canada.
- [24] Spencer, E.E. (1967): A method of the analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces, *Geotechnique*, Vol. 17, London, 11-26.
- [25] Yu, H.S. i dr. (1998): Limit Analysis versus Limit Equilibrium for Slope Stability, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, Vol. 124, No. 1, 1-11.
- [26] Zhu, D.Y., Lee, C.F., Jiang, H.D. (2003): Generalised framework of limit equilibrium methods for slope stability analysis, *Geotechnique*, 53, No. 4, London, 377-395.